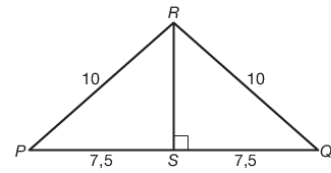


3 Oppervlakte en inhoud

Voorkennis Goniometrische verhoudingen

bladzijde 89

1 $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$ geeft $\angle A \approx 31,0^\circ$
 $\sin(\angle D) = \frac{EF}{DE} = \frac{8}{11}$ geeft $\angle D \approx 46,7^\circ$
 $\cos(\angle I) = \frac{HI}{GI} = \frac{4}{10}$ geeft $\angle I \approx 66,4^\circ$
 $\tan(\angle K) = \frac{LM}{KL} = \frac{7}{10}$ geeft $\angle K \approx 35,0^\circ$
 $\cos(\angle P) = \frac{PS}{PR} = \frac{7,5}{10}$ geeft $\angle P \approx 41,4^\circ$

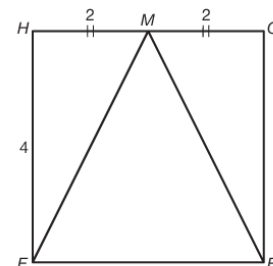


bladzijde 90

2 $\cos(\angle C) = \frac{AC}{BC}$ geeft $\frac{\cos(38^\circ)}{1} \mid \frac{AC}{17}$
 $AC = 17 \cdot \cos(38^\circ) \approx 13,4$
 $\tan(\angle E) = \frac{DF}{DE}$ geeft $\frac{\tan(55^\circ)}{1} \mid \frac{DF}{5}$
 $DF = 5 \cdot \tan(55^\circ) \approx 7,1$
 $\sin(\angle G) = \frac{HI}{GH}$ geeft $\frac{\sin(40^\circ)}{1} \mid \frac{7}{GH}$
 $GH = \frac{7}{\sin(40^\circ)} \approx 10,9$
 $\sin(\angle L) = \frac{MN}{LN}$ geeft $\frac{\sin(60^\circ)}{1} \mid \frac{MN}{17}$
 $KL = MN = 17 \cdot \sin(60^\circ) \approx 14,7$
 $PS = QS = 3$
 $\tan(\angle P) = \frac{RS}{PS}$ geeft $\frac{\tan(75^\circ)}{1} \mid \frac{RS}{3}$
 $RS = 3 \cdot \tan(75^\circ) \approx 11,2$

bladzijde 91

3 a Teken EM en FM .
 $HM = GM = 2$
 $\angle EMH = \angle FMG$
 $\angle EMF = 180^\circ - \angle EMH - \angle FMG$, dus $\angle EMF = 180^\circ - 2 \cdot \angle EMH$.
 $\tan(\angle EMH) = \frac{EH}{HM} = \frac{4}{2}$, dus $\angle EMH \approx 63,43^\circ$.
 $\angle EMF = 180^\circ - 2 \cdot \angle EMH \approx 180^\circ - 2 \cdot 63,43^\circ \approx 53,1^\circ$



b Teken BH .

Bereken BD .

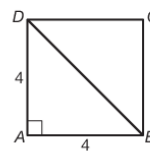
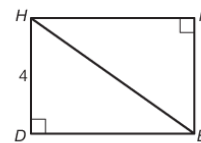
$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$BD^2 = 16 + 16 = 32$$

$$BD = \sqrt{32}$$

$$\tan(\angle BHD) = \frac{BD}{DH} = \frac{\sqrt{32}}{4}$$

$$\angle BHD \approx 54,7^\circ$$



c Teken AM en BM .

$$HM = GM = 2$$

$$\angle AMH = \angle BMG$$

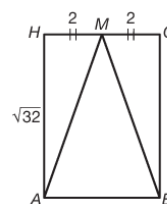
$$\angle AMB = 180^\circ - \angle AMH - \angle BMG, \text{ dus } \angle AMB = 180^\circ - 2 \cdot \angle AMH.$$

AH is net als BD een diagonaal van het vierkant met zijde 4,

dus $AH = BD = \sqrt{32}$ (zie onderdeel b).

$$\tan(\angle AMH) = \frac{AH}{HM} = \frac{\sqrt{32}}{2}, \text{ dus } \angle AMH \approx 70,53^\circ.$$

$$\angle AMB = 180^\circ - 2 \cdot \angle AMH \approx 180^\circ - 2 \cdot 70,53^\circ \approx 38,9^\circ$$



4 a $AC^2 = AB^2 + BC^2$

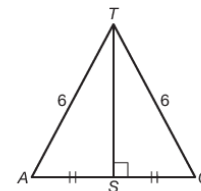
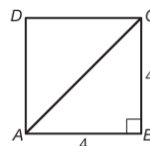
$$AC^2 = 16 + 16 = 32$$

$$AC = \sqrt{32}$$

$$\text{Dus } AS = \frac{1}{2} \sqrt{32}.$$

$$\sin(\angle ATS) = \frac{AS}{AT} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{32}}{6}, \text{ dus } \angle ATS \approx 28,13^\circ.$$

$$\angle ATC = 2 \cdot \angle ATS \approx 2 \cdot 28,13^\circ \approx 56,3^\circ$$



b $\tan(\angle ANB) = \frac{AB}{BN} = \frac{4}{2}, \text{ dus } \angle ANB \approx 63,4^\circ.$

c $BN^2 + NT^2 = BT^2$

$$2^2 + NT^2 = 6^2$$

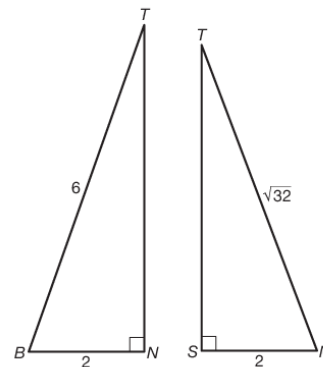
$$4 + NT^2 = 36$$

$$NT^2 = 36 - 4 = 32$$

$$NT = \sqrt{32}$$

$$\cos(\angle SNT) = \frac{NS}{NT} = \frac{2}{\sqrt{32}}$$

$$\angle SNT \approx 69,3^\circ$$



d Teken $\triangle ACT$ en teken daarin AM en de hulplijn MP loodrecht op AC .

$$\angle AMC = \angle AMP + \angle CMP$$

$$AC = \sqrt{32} \text{ (zie onderdeel a), dus } CS = \frac{1}{2} \sqrt{32} \text{ en } CP = \frac{1}{4} \sqrt{32} \text{ en } AP = \frac{3}{4} \sqrt{32}.$$

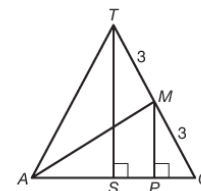
$$CP^2 + MP^2 = CM^2$$

$$\left(\frac{1}{4} \sqrt{32}\right)^2 + MP^2 = 3^2$$

$$2 + MP^2 = 9$$

$$MP^2 = 9 - 2 = 7$$

$$MP = \sqrt{7}$$



In $\triangle CMP$ is $\sin(\angle CMP) = \frac{CP}{CM} = \frac{\frac{1}{4}\sqrt{32}}{3}$, dus $\angle CMP \approx 28,13^\circ$.

In $\triangle AMP$ is $\tan(\angle AMP) = \frac{AP}{MP} = \frac{\frac{3}{4}\sqrt{32}}{\sqrt{7}}$, dus $\angle AMP \approx 58,05^\circ$.

Dus $\angle AMC = \angle AMP + \angle CMP \approx 58,05^\circ + 28,13^\circ \approx 86,2^\circ$.

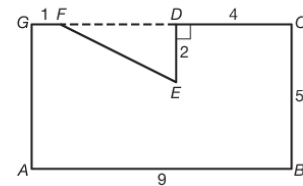
3.1 Oppervlakte van vlakke figuren

bladzijde 92

1 Teken DF .

$$DF = 9 - 4 - 1 = 4$$

$$\text{opp}(\triangle ABCDEFG) = \text{opp}(\triangle ABCG) - \text{opp}(\triangle DEF) = 9 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 45 - 4 = 41$$

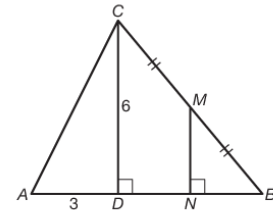


2 a $\text{opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$

b $\triangle BMN$ is een vergroting van $\triangle BCD$ met vergrotingsfactor $\frac{1}{2}$.
Dus $MN = \frac{1}{2} \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$.

c $\text{opp}(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12$

d $\text{opp}(\triangle AMC) = \text{opp}(\triangle ABC) - \text{opp}(\triangle ABM) = 24 - 12 = 12$

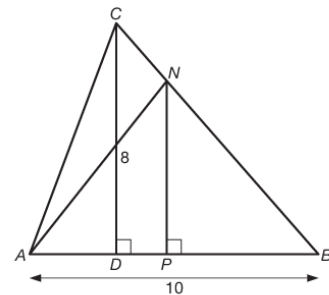


bladzijde 93

3 Teken hulplijn NP loodrecht op AB .

$\triangle BNP$ is een vergroting van $\triangle BCD$ met vergrotingsfactor $\frac{3}{4}$,
dus $NP = \frac{3}{4} \cdot CD = \frac{3}{4} \cdot 8 = 6$.

$$\begin{aligned} \text{opp}(\triangle ANC) &= \text{opp}(\triangle ABC) - \text{opp}(\triangle ABN) \\ &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD - \frac{1}{2} \cdot AB \cdot NP \\ &= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \\ &= 40 - 30 = 10 \end{aligned}$$



4 a $O(ABCD) = AB \cdot DE = 10 \cdot 6 = 60$

b $O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \text{bijbehorende hoogte} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 15$

c $O(AMCD) = O(ABCD) - O(\triangle ABM) = 60 - 15 = 45$

d $O(APCD) = O(ABCD) - O(\triangle ABP)$

Uit $O(APCD) = 40$ en $O(ABCD) = 60$ volgt $O(\triangle ABP) = 20$.

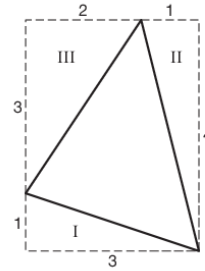
$$\left. \begin{aligned} O(\triangle ABP) &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \text{hoogte} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \text{hoogte} = 5 \cdot \text{hoogte} \\ O(\triangle ABP) &= 20 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 5 \cdot \text{hoogte} &= 20 \\ \text{hoogte} &= 4 \end{aligned}$$

Dus P ligt 4 boven AB .

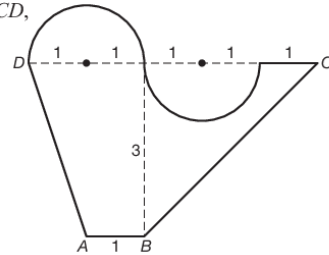
e Uit $O(QBCD) = 40$ en $O(ABCD) = 60$ volgt $O(\triangle AQD) = 20$.

$$\left. \begin{aligned} O(\triangle AQD) &= \frac{1}{2} \cdot AQ \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot AQ \cdot 6 = 3 \cdot AQ \\ O(\triangle AQD) &= 20 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 3 \cdot AQ &= 20 \\ AQ &= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \end{aligned}$$

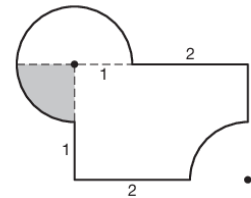
5 a $O(\text{driehoek}) = O(\text{rechthoek}) - O(\text{I}) - O(\text{II}) - O(\text{III})$
 $= 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3$
 $= 12 - 1\frac{1}{2} - 2 - 3 = 5\frac{1}{2} \text{ cm}^2$



- b De oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte van het trapezium $ABCD$, dus $O = \frac{1}{2} (1 + 5) \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$.



- c De oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte van een rechthoek met zijden van 3 en 2 cm plus de oppervlakte van een halve cirkel met straal 1 cm, dus $O = 3 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 = 6 + \frac{1}{2} \pi \approx 7,57 \text{ cm}^2 = 757 \text{ mm}^2$



6 a oppervlakte cirkel $= \pi \cdot \text{straal}^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$
 oppervlakte blauwe vlakdelen $= \frac{1}{2} \cdot \text{oppervlakte cirkel} - O(\triangle ABC)$
 $= \frac{1}{2} \cdot 25\pi - 18 \approx 21,27$

- b Teken de lijn DM .

$DM = 5$ (straal cirkel)

In $\triangle DEM$ geldt $DE^2 + EM^2 = DM^2$

$$DE^2 + 9 = 25$$

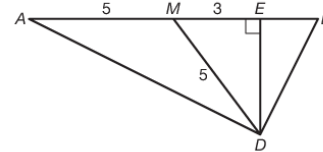
$$DE^2 = 25 - 9 = 16$$

$$DE = 4$$

$$O(\triangle ABD) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 = 20$$

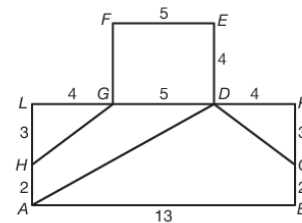
$$\text{oppervlakte gele vlakdelen} = \frac{1}{2} \cdot \text{oppervlakte cirkel} - O(\triangle ABD)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 25\pi - 20 \approx 19,27$$



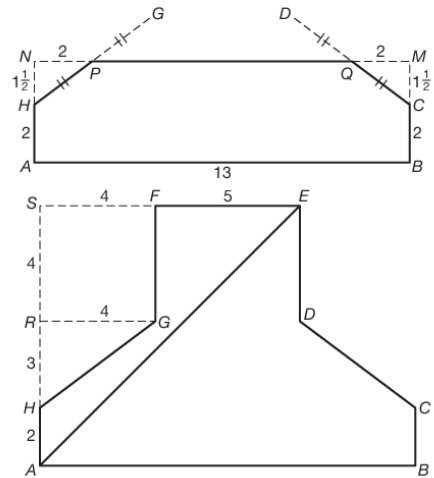
bladzijde 94

7 a $DK = \frac{1}{2}(AB - EF) = \frac{1}{2}(13 - 5) = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$
 b $LD = 13 - 4 = 9$ en $AL = 2 + 3 = 5$
 $O(ABCD) = O(ABKL) - O(\triangle CKD) - O(\triangle ADL)$
 $= AB \cdot AL - \frac{1}{2} \cdot DK \cdot CK - \frac{1}{2} \cdot DL \cdot AL$
 $= 13 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 = 65 - 6 - 22\frac{1}{2} = 36\frac{1}{2}$
 c $O(ABCDEFGH) = O(ABCDGH) + O(GDEF)$
 $= O(ABKL) - 2 \cdot O(\triangle CKD) + O(GDEF)$
 $= 65 - 2 \cdot 6 + 5 \cdot 4 = 65 - 12 + 20 = 73$
 d $O(ADEFGH) = O(ABCDEFGH) - O(ABCD)$
 $= 73 - 36\frac{1}{2} = 36\frac{1}{2}$



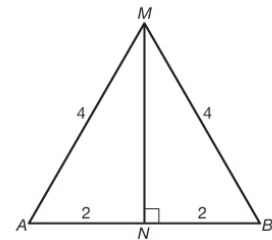
- 8 a** $O(ABCQPH) = O(ABMN) - 2 \cdot O(\triangle CMQ)$
 $= 13 \cdot 3\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1\frac{1}{2}$
 $= 45\frac{1}{2} - 3 = 42\frac{1}{2}$
 $42\frac{1}{2}$ is niet de helft van 73, dus PQ verdeelt de
 achthoek niet in twee stukken met gelijke oppervlakte.

- b** $O(AEFGH) = O(\triangle AES) - O(RGFS) - O(\triangle RGH)$
 $= \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 - 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$
 $= 40\frac{1}{2} - 16 - 6 = 18\frac{1}{2}$
 Dus $O(ABCDE) = 73 - 18\frac{1}{2} = 54\frac{1}{2}$.
 $O(AEFGH) : O(ABCDE) = 18\frac{1}{2} : 54\frac{1}{2} = 37 : 109$

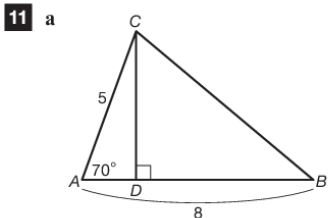


- 9** $O(ABCD) = 2 \cdot O(ABC) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BM = AC \cdot BM = 6 \cdot 3 = 18$
 De gevraagde oppervlakte is $\pi \cdot 3^2 - 18 = 9\pi - 18 \approx 10,27$.

- 10 a** In $\triangle AMB$ is $\angle AMB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.
b $AM = BM$ en $\angle AMB = 60^\circ$, dus $\triangle AMB$ is gelijkzijdig en
 dus is $AM = BM = AB = 4$.
 In $\triangle ANM$ is $AN^2 + MN^2 = AM^2$
 $2^2 + MN^2 = 4^2$
 $MN^2 = 16 - 4 = 12$, dus $MN = \sqrt{12}$
 $O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{12} \approx 6,93$
c $O(ABCDEF) = 6 \cdot O(\triangle ABM) \approx 6 \cdot 6,93 \approx 41,6$



bladzijde 95

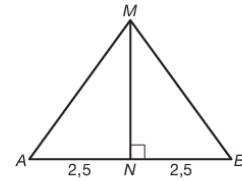


- b** In $\triangle ADC$ is $\sin(70^\circ) = \frac{CD}{5}$.
 Dit geeft $\frac{\sin(70^\circ)}{1} \mid \frac{CD}{5}$, dus $CD = 5 \cdot \sin(70^\circ) \approx 4,70$.
 $O(ABC) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4,70 \approx 18,8$

$$12 \quad \angle AMB = \frac{360^\circ}{5}, \text{ dus } \angle AMN = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

$$\tan(36^\circ) = \frac{2,5}{MN} \text{ geeft } \frac{\tan(36^\circ)}{1} \left| \frac{2,5}{MN} \right.$$

$$MN = \frac{2,5}{\tan(36^\circ)} \approx 3,44 \text{ geeft } O(ABCDE) \approx 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3,44 = 43,01$$

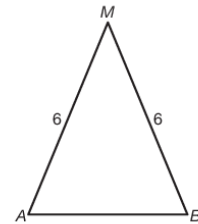


$$13 \quad O(\triangle AMB) = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BM \cdot \sin(\angle AMB)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin\left(\frac{360^\circ}{8}\right)$$

$$\approx 12,73$$

$$O(ABCDEFGH) \approx 8 \cdot 12,73 \approx 101,82$$



$$14 \quad \tan(\angle A) = \frac{CD}{AD} \text{ geeft } \frac{\tan(70^\circ)}{1} \left| \frac{10}{AD} \right.$$

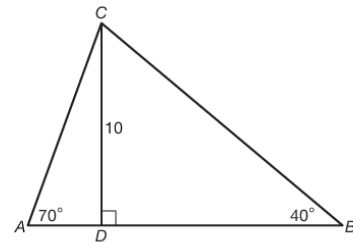
$$AD = \frac{10}{\tan(70^\circ)} \approx 3,64$$

$$\tan(\angle B) = \frac{CD}{BD} \text{ geeft } \frac{\tan(40^\circ)}{1} \left| \frac{10}{BD} \right.$$

$$BD = \frac{10}{\tan(40^\circ)} \approx 11,92$$

$$AB \approx 3,64 + 11,92 = 15,56$$

$$O(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD \approx \frac{1}{2} \cdot 15,56 \cdot 10 = 77,8$$



$$15 \quad \text{a } O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BM \cdot \sin(\angle AMB)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin(80^\circ)$$

$$\approx 49,24$$

$$\text{b } O(\text{segment}) = O(\text{cirkelsector}) - O(\triangle ABM)$$

$$\approx \frac{80}{360} \cdot \pi \cdot 10^2 - 49,24$$

$$\approx 20,57$$

$$16 \quad \text{De hoeken bij } M \text{ zijn allemaal } 60^\circ.$$

$$O(ABCDEF) = 3 \cdot O(\triangle ABM) + 3 \cdot O(\text{sector } BCM)$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin(60^\circ) + 3 \cdot \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 5^2$$

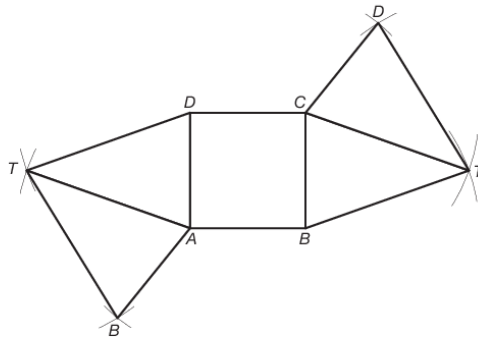
$$\approx 71,75$$

3.2 Uitslagen

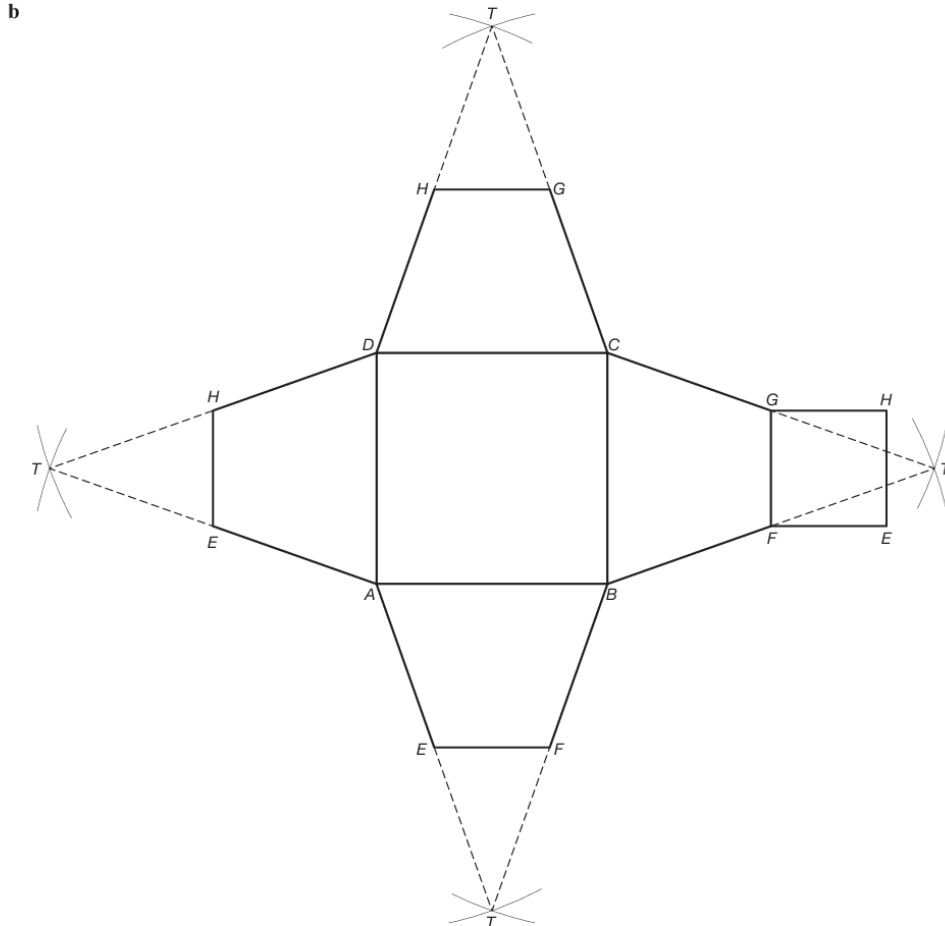
17 De figuren a, b en d kunnen de uitslag van een kubus zijn.

18 De figuren a, b en d kunnen de uitslag van het prisma zijn.

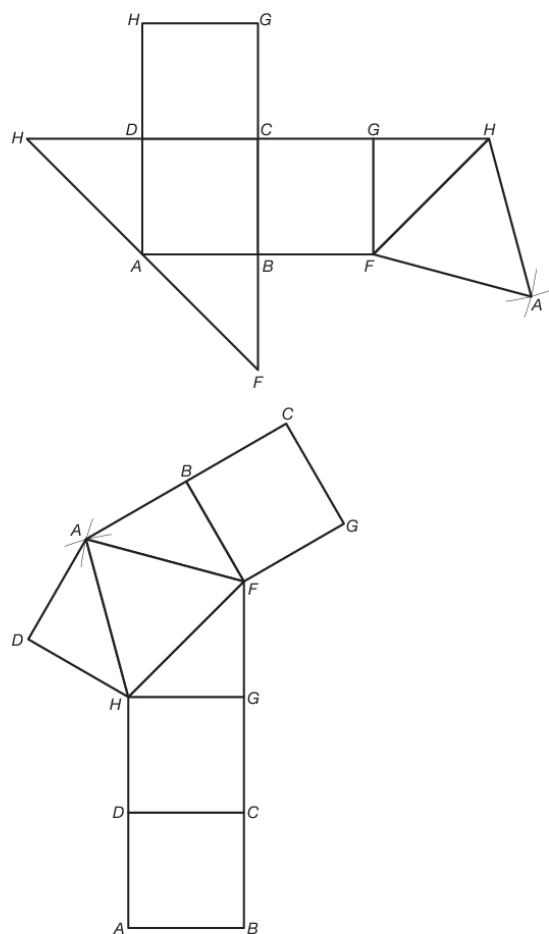
19



- 20 a $\triangle ABT$ is een vergroting van $\triangle EFT$.
 Omdat $AB = 4$ en $EF = 2$ is de vergrotingsfactor $\frac{4}{2} = 2$.
 Dus $AT = 2 \cdot ET$ met $AT = AE + ET = 3 + ET$.
 Dit geeft $3 + ET = 2ET$ ofwel $ET = 3$ en dus $AT = 6$.



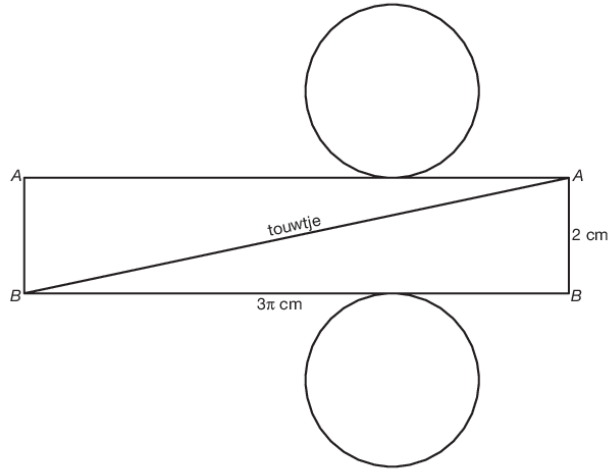
21



bladzijde 103

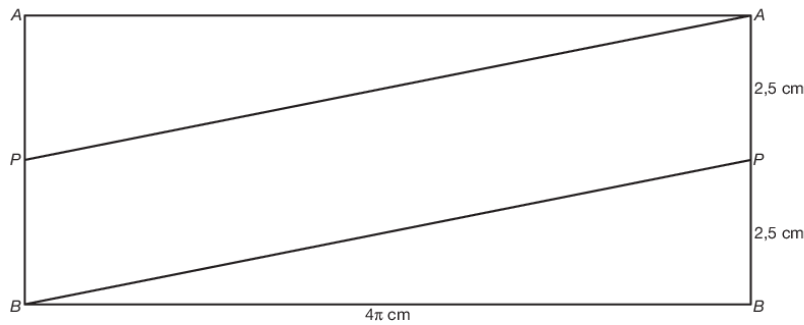
- 22 Figuur b is de uitslag van een cilinder, omdat bij die figuur de omtrek van de cirkels gelijk is aan de hoogte van de rechthoek.

- 23 a** hoogte = 2 cm
 lengte = $2\pi \cdot 1\frac{1}{2} \text{ cm} = 3\pi \text{ cm} \approx 9,4 \text{ cm}$



- b** De stelling van Pythagoras geeft
 $(\text{lengte touwtje})^2 = (3\pi)^2 + 2^2$
 $(\text{lengte touwtje})^2 \approx 92,826$
 lengte touwtje $\approx 9,6$
 De lengte van het touwtje is ongeveer 9,6 cm.

- 24 a** De afmetingen zijn $2\pi \cdot 2 = 4\pi \text{ cm}$ en 5 cm.



- b** De stelling van Pythagoras geeft
 $BP^2 = (4\pi)^2 + 2,5^2$
 $BP^2 \approx 164,164$
 $BP \approx 12,81$
 Dus de lengte van het touwtje is ongeveer $2 \cdot 12,81 \approx 25,6 \text{ cm}$.

- 25** Afstand AT is $6 - 1 = 5 \text{ m}$.

Op AT vier keer, dus per keer $\frac{5}{4} = 1,25 \text{ m}$.

Diameter mast is 9 cm, dus straal mast is 4,5 cm en omtrek mast is $2\pi \cdot 4,5 = 9\pi \text{ cm}$.

Dus lengte één winding is $\sqrt{(9\pi)^2 + 125^2} \approx 128,16 \text{ cm}$.

Dus de lengte van het vlaggentouw is $4 \cdot 128,16 \approx 513 \text{ cm}$.



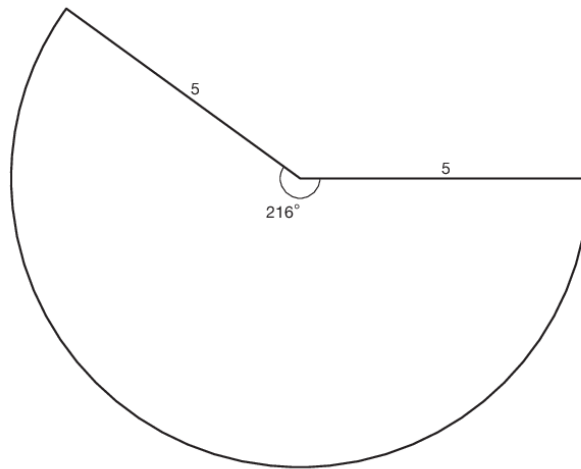
- 26** Figuur c is een uitslag van een kegel. De diameter van de halve cirkel is twee keer de diameter van de cirkel en dus is de lengte van de halve cirkel precies de omtrek van de cirkel.

- 27** a lengte cirkelboog is $\frac{90}{360} \cdot 2\pi \cdot 3 = 1,5\pi$ cm
 omtrek grondcirkel is $2\pi r$ cm
 Dus de straal is ongeveer 8 mm.
- b lengte cirkelboog is $\frac{210}{360} \cdot 2\pi \cdot 2,5 = \frac{35}{12}\pi$ cm
 omtrek grondcirkel is $2\pi r$ cm
 Dus de straal is ongeveer 15 mm.
- c lengte cirkelboog is $\frac{300}{360} \cdot 2\pi \cdot 2 = \frac{10}{3}\pi$ cm
 omtrek grondcirkel is $2\pi r$ cm
 Dus de straal is ongeveer 17 mm.

- 28** Omtrek cirkel met straal R is $2\pi R$.
 Lengte cirkelboog is $\frac{p}{360} \cdot 2\pi R = \frac{p}{180} \pi R$.
 Omtrek grondcirkel is $2\pi r$.
 Dus $2\pi r = \frac{p}{180} \pi R$
 $r = \frac{p}{360} \cdot R$
- 29** Stel de middelpuntshoek is p° .
 Er geldt $\frac{p}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 = 2\pi \cdot 3$
 $\frac{p}{360} \cdot 10 = 6$
 $\frac{p}{360} = 0,6$
 $p = 0,6 \cdot 360 = 216$
 Dus de middelpuntshoek is 216° .

30 a $R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

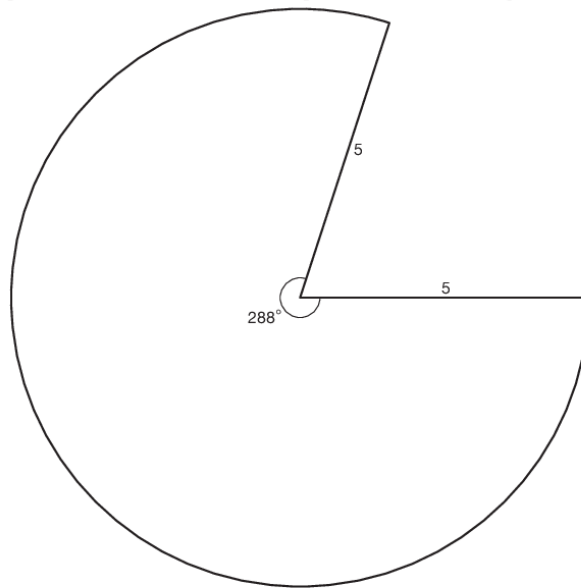
De middelpuntshoek van de uitslag van de mantel is 216° (zie opgave 29).



b $\frac{p}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 = 2\pi \cdot 4$

$\frac{p}{360} = 0,8$

$p = 0,8 \cdot 360 = 288$, dus de middelpuntshoek van de uitslag van de mantel is 288° .



3.3 Oppervlakte van ruimtefiguren

bladzijde 109

31 a $O(\text{cilindermantel}) = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi \text{ cm}^2$

b $O(\text{grondcirkel}) = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$

$O(\text{cilinder}) = O(\text{cilindermantel}) + 2 \cdot O(\text{grondcirkel}) = 12\pi + 2 \cdot 4\pi = 12\pi + 8\pi = 20\pi \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned} 32 \quad O(\text{cilinder}) &= 2 \cdot O(\text{grondcirkel}) + O(\text{cirkelmantel}) \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 3^2 + 2\pi \cdot 3 \cdot 4 \\ &= 18\pi + 24\pi = 42\pi \approx 132 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- 33 De rechthoek is $(12 - 2 \cdot 3)$ bij 6 m, dus 6 bij 6 m.
 De twee kwart cilinders vormen samen een halve cilinder met $r = 3$ m en $h = 6$ m.
 $O(\text{skatebaan}) = 6 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36 + 18\pi \approx 92,55 \text{ m}^2$
 De materiaalkosten zijn $9255 \cdot \text{€ } 1,75 \approx \text{€ } 16\,196$.

bladzijde 110

$$34 \quad O(\text{mantel in figuur 3.55b}) = 2\pi \cdot 12 \cdot 20 \approx 1508 \text{ cm}^2, \\ \text{dus } O(\text{mantel in figuur 3.55a}) \approx \frac{1}{2} \cdot 1508 = 754 \text{ cm}^2.$$

$$\begin{aligned} 35 \quad O(\text{cilinder 1}) &= 2 \cdot \pi \cdot 4^2 + 2\pi \cdot 4 \cdot 10 = 32\pi + 80\pi = 112\pi \\ O(\text{cilinder 2}) &= 2 \cdot \pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot h = 8\pi + 4\pi h \\ \text{Er geldt } 8\pi + 4\pi h &= 112\pi \\ 4\pi h &= 104\pi \\ 4h &= 104 \\ h &= 26 \end{aligned}$$

- 36 a Stel de middelpuntshoek is p° .

$$\begin{aligned} \text{Er geldt } \frac{p}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 &= 2\pi \cdot 3 & R &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \\ \frac{p}{360} \cdot 10 &= 6 \\ \frac{p}{360} &= 0,6 \\ p &= 0,6 \cdot 360 = 216 \end{aligned}$$

Dus de middelpuntshoek is 216° .

$$b \quad O(\text{kegelmantel}) = \frac{216}{360} \cdot \pi \cdot 5^2 \approx 47,12 \text{ cm}^2 \approx 47 \text{ cm}^2$$

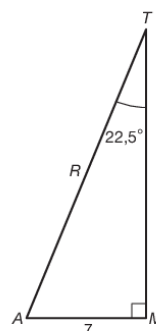
$$c \quad O(\text{kegel}) = O(\text{grondvlak}) + O(\text{kegelmantel}) \approx \pi \cdot 3^2 + 47,12 \approx 75 \text{ cm}^2$$

bladzijde 111

- 37 a omtrek cirkel $= 2\pi \cdot \text{straal}$, dus de omtrek van de cirkel met straal R is $2\pi R$.
 De lengte van de boog AA is gelijk aan de omtrek van de grondcirkel, dus aan $2\pi r$.
 b middelpuntshoek cirkelsector $= \frac{2\pi r}{2\pi R} \cdot 360^\circ = \frac{r}{R} \cdot 360^\circ$
 c oppervlakte kegelmantel $= \text{oppervlakte cirkelsector} = \frac{2\pi r}{2\pi R} \cdot \pi R^2 = r \cdot \pi R = \pi r R$
 d oppervlakte kegel $= \text{oppervlakte grondcirkel} + \text{oppervlakte cilindermantel} = \pi r^2 + \pi r R$

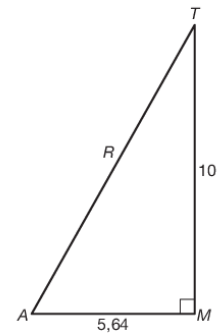
bladzijde 112

$$\begin{aligned} 38 \quad \sin(\angle T) &= \frac{AM}{AT} \text{ geeft } \frac{\sin(22,5^\circ)}{1} \mid \frac{7}{R} \\ R &= \frac{7}{\sin(22,5^\circ)} \approx 18,29 \\ O_{\text{kegel}} &= \pi r^2 + \pi r R \approx \pi \cdot 7^2 + \pi \cdot 7 \cdot 18,29 \approx 556,2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{39 a } \left. \begin{aligned} O_{\text{grondcirkel}} &= 100 \text{ cm}^2 \\ O_{\text{grondvlak}} &= \pi r^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \pi r^2 &= 100 \\ r^2 &= \frac{100}{\pi} \\ r &\approx 5,64 \text{ cm} \end{aligned} \end{aligned}$$

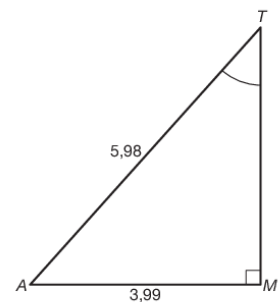
$$\begin{aligned} \text{b } R^2 &\approx 10^2 + 5,64^2 \\ R &\approx 11,48 \text{ cm} \\ O_{\text{kegelmantel}} &= \pi r R \approx \pi \cdot 5,64 \cdot 11,48 \approx 203,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{40 a } \left. \begin{aligned} O_{\text{grondcirkel}} &= 50 \text{ cm}^2 \\ O_{\text{grondcirkel}} &= \pi r^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \pi r^2 &= 50 \\ r^2 &= \frac{50}{\pi} \\ r &\approx 3,99 \text{ cm} \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } \left. \begin{aligned} O_{\text{kegelmantel}} &= 75 \text{ cm}^2 \\ O_{\text{kegelmantel}} &= \pi r R \approx \pi \cdot 3,99 \cdot R \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \pi \cdot 3,99 \cdot R &= 75 \\ R &= \frac{75}{3,99\pi} \\ R &\approx 5,98 \text{ cm} \end{aligned} \end{aligned}$$

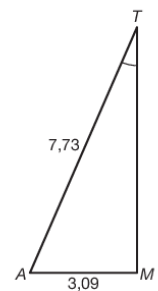
$$\begin{aligned} \text{c } \sin(\angle ATM) &= \frac{AM}{AT} = \frac{3,99}{5,98} \\ \angle ATM &\approx 41,81^\circ \\ \text{Dus tophoek} &= 2 \cdot \angle ATM \approx 83,6^\circ. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{41 } \left. \begin{aligned} O_{\text{grondcirkel}} &= 30 \text{ cm}^2 \\ O_{\text{grondcirkel}} &= \pi r^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \pi r^2 &= 30 \\ r^2 &= \frac{30}{\pi} \\ r &\approx 3,09 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} O_{\text{kegelmantel}} &= 45 \text{ cm}^2 \\ O_{\text{kegelmantel}} &= \pi r R \approx \pi \cdot 3,09 \cdot R \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \pi \cdot 3,09 \cdot R &= 45 \\ R &= \frac{45}{3,09\pi} \\ R &\approx 4,73 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(\angle ATM) &= \frac{AM}{AT} = \frac{3,09}{4,73} \\ \angle ATM &\approx 23,58^\circ \\ \text{Dus tophoek} &= 2 \cdot \angle ATM \approx 47,2^\circ. \end{aligned}$$



bladzijde 113

- 42 a** $\triangle ABC \sim \triangle DEC$, dus de overeenkomstige zijden passen in een verhoudingstabel.
 AB en DE en AC en DC zijn overeenkomstige zijden, dus uit de gelijkvormigheid

$$\text{volgt } \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC}.$$

- b** Stel je $CD = x$, dan is $AC = x + 10$.

$$\text{Dit geeft } \frac{7}{2} = \frac{x+10}{x}.$$

Kruislings vermenigvuldigen geeft vervolgens $7x = 2(x + 10)$, ofwel $7x = 2x + 20$.

- c $7x = 2x + 10$
 $5x = 10$
 $x = 2$
Dus $CD = 2$ en $AC = 2 + 10 = 12$.

43 a $\triangle NBT \sim \triangle MAT$

NT	NB
MT	MA
x	2
$x + 6$	5

Kruiselings vermenigvuldigen geeft

$$5x = 2(x + 6)$$

$$5x = 2x + 12$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

- b $O_{\text{kegelmantel}} = \pi r R$ met $r = 5$ en $R^2 = AM^2 + MT^2$

$$R^2 = 5^2 + 10^2, \text{ dus } R = \sqrt{125}$$

$$O_{\text{kegelmantel}} = \pi \cdot 5 \cdot \sqrt{125} \approx 175,62$$

- c Van de kegel met top T en straal grondcirkel NB is

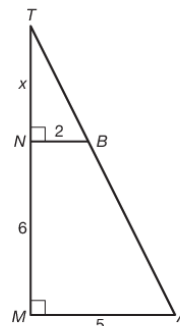
$$O_{\text{kegelmantel}} = \pi r R \text{ met } r = 2 \text{ en } R^2 = BN^2 + NT^2$$

$$R^2 = 2^2 + 4^2, \text{ dus } R = \sqrt{20}$$

$$O_{\text{kegelmantel}} = \pi \cdot 2 \cdot \sqrt{20} \approx 28,10$$

Dus de oppervlakte van de mantel van de afgeknotte kegel is
 $175,62 - 28,10 = 147,52$.

- d $O_{\text{afgeknotte kegel}} \approx \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 2^2 + 147,52 \approx 238,63$



44 $\triangle NBT \sim \triangle MAT$

NT	NB
MT	MA
x	4
$x + 11$	10

Kruiselings vermenigvuldigen geeft

$$10x = 4(x + 11)$$

$$10x = 4x + 44$$

$$6x = 44$$

$$x = 7\frac{1}{3} \text{ cm}$$

$$BT^2 = BN^2 + NT^2$$

$$BT^2 = 4^2 + (7\frac{1}{3})^2$$

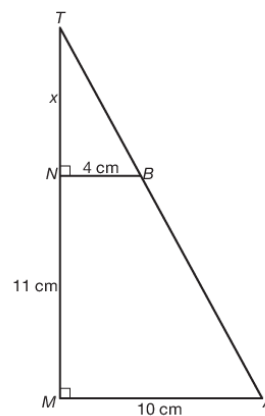
$$BT \approx 8,35 \text{ cm}$$

$$AT^2 = AM^2 + MT^2$$

$$AT^2 = 10^2 + (18\frac{1}{3})^2$$

$$AT \approx 20,88 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} O(\text{kapje}) &= \pi \cdot AM \cdot AT - \pi \cdot BN \cdot BT \\ &\approx \pi \cdot 10 \cdot 20,88 - \pi \cdot 4 \cdot 8,35 \\ &\approx 551 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



- 45** a $\left. \begin{aligned} \angle ACB &= 180^\circ - \angle BCE - \angle DCE = 180^\circ - 90^\circ - \angle DCE = 90^\circ - \angle DCE \\ \angle DEC &= 180^\circ - \angle CDE - \angle DCE = 180^\circ - 90^\circ - \angle DCE = 90^\circ - \angle DCE \end{aligned} \right\} \angle ACB = \angle DEC$
 b $\left. \begin{aligned} \angle A &= \angle D (= 90^\circ) \\ \angle ACB &= \angle DEC \end{aligned} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DCE$
 c

$\triangle ABC$	AB	BC	AC
$\triangle DCE$	DC	CE	DE

 geeft

AB	10	8
DC	CE	3

$$CE = \frac{3 \times 10}{8} = 3\frac{3}{4}$$

- 46** a De oppervlakte van de ring is bij benadering gelijk aan de oppervlakte van de rechthoek van $2\pi a$ cm bij h cm.
 Dus $O_{\text{ring}} : O_{\text{cilindermantel}} = 2\pi as : 2\pi ah = s : h$, ofwel $O_{\text{ring}} = \frac{s}{h} \cdot O_{\text{cilindermantel}}$.
 b Door de gelijkvormigheid passen de overeenkomstige zijden in een verhoudingstabel,

$$\text{dus } \begin{array}{c|c} s & h \\ \hline r & a \end{array}.$$

Kruislings vermenigvuldigen geeft $sa = rh$
 $\frac{sa}{h} = r$ $\swarrow$ delen door h
 $\frac{s}{h} = \frac{r}{a}$ $\swarrow$ delen door a

$$\text{c } \left. \begin{aligned} O_{\text{ring}} &= \frac{s}{h} \cdot O_{\text{cilindermantel}} \\ O_{\text{cilindermantel}} &= 2\pi ah \\ \frac{s}{h} &= \frac{r}{a} \end{aligned} \right\} O_{\text{ring}} = \frac{r}{a} \cdot 2\pi ah = 2\pi rh$$

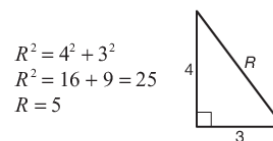
- 47** $2 \cdot O_{\text{bol met straal } r} = 2 \cdot 4\pi r^2 = 8\pi r^2$
 $O_{\text{bol met straal } 5} = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$
 Er geldt $8\pi r^2 = 100\pi$
 $r^2 = 12,5$
 $r \approx 3,54$

48 $O_{\text{lichaam}} = O_{\text{grondbijl}} + O_{\text{cilindermantel}} + O_{\text{halve bol}}$
 $= \pi \cdot 7,5^2 + 2\pi \cdot 7,5 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 7,5^2$
 $= 56,25\pi + 75\pi + 112,5\pi$
 $= 243,75\pi$
 $\approx 766 \text{ cm}^2$

- 49** $\left. \begin{aligned} \text{omtrek aarde} &= 40000 \text{ km} \\ \text{omtrek aarde} &= 2\pi r \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2\pi r &= 40000 \\ r &\approx 6366 \text{ km} \end{aligned}$
 $O_{\text{aarde}} = 4\pi \cdot 6366^2 \approx 509\,296\,000 \text{ km}^2$
 Dus $O(\text{oceanen}) \approx 0,71 \cdot 509\,296\,000 \approx 361\,600\,000 \text{ km}^2$.

- 50** Stel de straal van de cilinder is r .
 Dan is ook de straal van de bol r .
 En omdat de bol precies in de cilinder past, is dan ook de hoogte van de cilinder r .
 Er geldt $O_{\text{cilinder}} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot r = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 = 4\pi r^2$
 $O_{\text{bol}} = 4\pi r^2$
 Dus $O_{\text{cilinder}} = O_{\text{bol}}$.

- 51 a** Stel de straal van de bol r .
- $$\left. \begin{aligned} O_{\text{bol}} &= 4\pi r^2 \\ O_{\text{kegelmantel}} &= \pi r R = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 4\pi r^2 &= 15\pi \\ r^2 &= \frac{15\pi}{4\pi} = 3\frac{3}{4} \\ r &\approx 1,94 \end{aligned}$$
- b** Stel de straal van de bol r .
- $$\left. \begin{aligned} O_{\text{bol}} &= 4\pi r^2 \\ O_{\text{kegel}} &= \pi \cdot 3^2 + 15\pi = 9\pi + 15\pi = 24\pi \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 4\pi r^2 &= 24\pi \\ r^2 &= \frac{24\pi}{4\pi} = 6 \\ r &\approx 2,45 \end{aligned}$$



3.4 Inhoud van ruimtefiguren

bladzijde 117

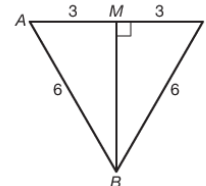
- 52 a** $I_{\text{kegel}} = \frac{1}{3} \cdot I_{\text{cilinder}} = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- b** $I_{\text{bol}} = 4 \cdot I_{\text{kegel}} = 4 \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot r = \frac{4}{3} \pi r^3$
- $\uparrow$
 $h = r$

bladzijde 118

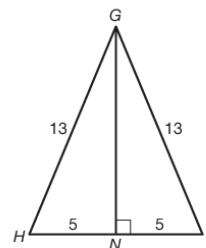
- 53** Stel de straal van een tennisbal is r .
 De inhoud van de cilinder is dan $\pi r^2 \cdot 6r = 6\pi r^3$.
 De inhoud van de tennisballen is $3 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi r^3$.

Het percentage is dus $\frac{4\pi r^3}{6\pi r^3} \cdot 100\% \approx 66,7\%$.

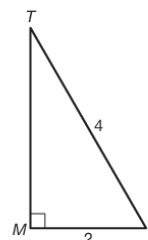
- 54 a** $BM^2 + AM^2 = AB^2$
 $BM^2 + 3^2 = 6^2$
 $BM^2 = 27$
 $BM \approx 5,196$
 $I(ABCDEF) \approx \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5,196 \cdot 8 \approx 124,7$



- b** $KN^2 + NG^2 = KG^2$
 $5^2 + NG^2 = 13^2$
 $NG^2 = 144$
 $NG = 12$
 $I(LGHK) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot 9 = 180$



- c** $MP^2 + MT^2 = PT^2$
 $2^2 + MT^2 = 4^2$
 $MT^2 = 12$
 $MT \approx 3,464$
 $I_{\text{kegel}} \approx \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 3,464 \approx 14,51$



- 55 a** Zie het ruimtelijk plaatje van de piramide.

In $\triangle PST$ is $PT = 2$ cm en $PS = 1$ cm.

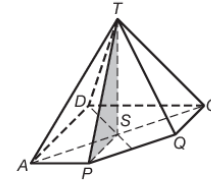
$$PS^2 + ST^2 = PT^2$$

$$1^2 + ST^2 = 2^2$$

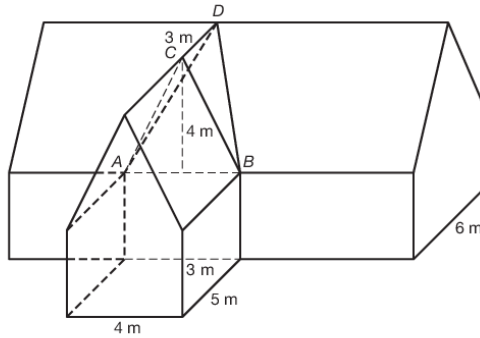
$$ST^2 = 3$$

$$ST = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} b \quad O(APQCD) &= 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 4 - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} \text{ cm}^2 \\ I_{\text{piramide}} &= \frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \approx 2,0 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



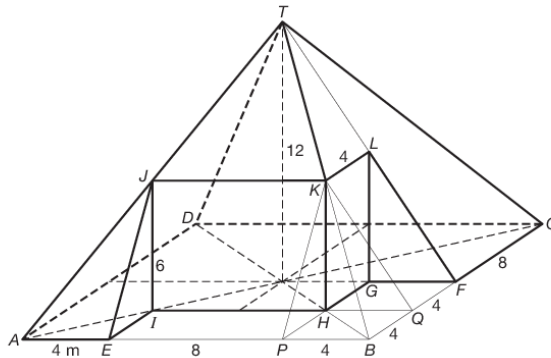
- 56**



$$I(DABC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 8 \text{ m}^3$$

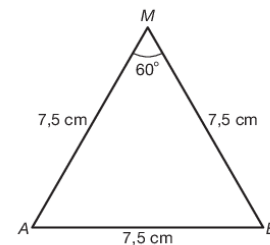
$$\begin{aligned} I(\text{huis}) &= I(\text{onder voor}) + I(\text{onder achter}) + I(\text{dak voor}) + I(\text{dak achter}) + I(DABC) \\ &= 4 \cdot 5 \cdot 3 + 14 \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 14 + 8 \\ &= 60 + 252 + 40 + 168 + 8 = 528 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

- 57**



$$\begin{aligned} I(\text{woning}) &= I(TABCD) - I(EIJPHK) - I(HQK GFL) - I(KPBQH) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6 \\ &= 1024 - 96 - 48 - 32 = 848 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

- 58** Het grondvlak is een regelmatige zeshoek met zijden van $5 \cdot 1,5 = 7,5$ cm.
De hoogte van het doosje is $5 \cdot 2,75 = 13,75$ cm.
 $O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 7,5 \cdot \sin(60^\circ) \approx 24,36 \text{ cm}^2$
Dus $O(\text{zeshoek}) \approx 6 \cdot 24,36 \approx 146,1 \text{ cm}^2$
en $I(\text{doosje}) \approx 146,1 \cdot 13,75 \approx 2009 \text{ cm}^3$.



59 $r_{\text{bol}} = 5 \text{ cm}$, dus $I_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 5^3 \approx 523,6 \text{ cm}^3$

$$I_{\text{cilinder}} = \pi r^2 \cdot 10 = 10\pi r^2$$

Dus $10\pi r^2 = 523,6$

$$r^2 = \frac{523,6}{10\pi}$$

$$r \approx 4,1 \text{ cm, dus } r_{\text{cilinder}} \approx 41 \text{ mm}$$

$$I_{\text{kegel}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 10 = \frac{10}{3} \pi r^2$$

Dus $\frac{10}{3} \pi r^2 = 523,6$

$$r^2 = \frac{523,6}{\frac{10}{3} \pi}$$

$$r \approx 7,1 \text{ cm, dus } r_{\text{gronddierkeel kegel}} \approx 71 \text{ mm}$$

60 Stel de straal van de cilinder is r .

Dan is de hoogte van de cilinder (en van de kegel) $2r$.

$$I_{\text{kegel}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 2r = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$I_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$I_{\text{cilinder}} = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$$

Dus $I_{\text{kegel}} : I_{\text{bol}} : I_{\text{cilinder}} = \frac{2}{3} \pi r^3 : \frac{4}{3} \pi r^3 : 2\pi r^3 = \frac{2}{3} : \frac{4}{3} : 2 = 2 : 4 : 6 = 1 : 2 : 3$.

bladzijde 121

61 a $I(\text{systeem}) = I(\text{balk}) + I(\text{buizen})$
 $= 15 \cdot 15 \cdot 200 + \pi \cdot 7,5^2 \cdot (400 - 30)$
 $\approx 110384 \text{ cm}^3$

b Stel de lengte van het extra stuk buis is l cm.

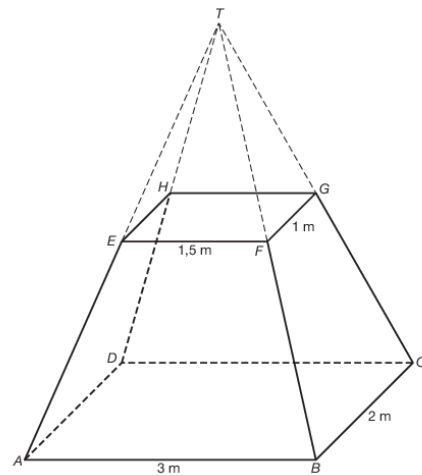
Dan geldt $\pi \cdot 7,5^2 \cdot l = 110384$

$$l = \frac{110384}{\pi \cdot 7,5^2} \approx 625 \text{ cm}$$

62 a Zie de figuur met het kiepkarretje 'op de kop'. Omdat $EF = \frac{1}{2} AB$ en $FG = \frac{1}{2} BC$ heb je te maken met een afgeknotte piramide.

De hoogte van de hele piramide is 4 m.

b $I(\text{kar}) = I(TABCD) - I(T EFGH)$
 $= \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 2 = 8 - 1 = 7 \text{ m}^3$



- 63** De emmer heeft de vorm van een afgeknotte kegel.

Zie de figuur.

$\triangle CDT \sim \triangle ABT$ (snelfiguur),

$$\text{dus } \frac{DT}{BT} = \frac{CD}{AB} \text{ geeft } \frac{x}{x+25} = \frac{10}{15}.$$

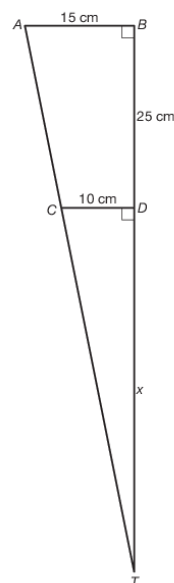
Kruislings vermenigvuldigen geeft $15x = 10(x+25)$

$$15x = 10x + 250$$

$$5x = 250$$

$$x = 50$$

$$l(\text{emmer}) = \frac{1}{3}\pi \cdot 15^2 \cdot 75 - \frac{1}{3}\pi \cdot 10^2 \cdot 50 \approx 12435 \text{ cm}^3 \approx 12,4 \text{ liter}$$



Diagnostische toets

bladzijde 124

- 1 a** $O(\triangle ABF) = O(\text{halve cirkel}) - O(\text{blauwe vlakdelen})$

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6^2 - 9\pi$$

$$= 18\pi - 9\pi$$

$$= 9\pi$$

$$O(\triangle ABF) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \text{bijbehorende hoogte} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \text{bijbehorende hoogte} = 6 \cdot \text{bijbehorende hoogte}$$

$$O(\triangle ABF) = 9\pi$$

$$O(\triangle ABF) = 6 \cdot \text{bijbehorende hoogte} \left\{ \begin{array}{l} 6 \cdot \text{bijbehorende hoogte} = 9\pi \\ \text{bijbehorende hoogte} = 1\frac{1}{2}\pi \end{array} \right.$$

Dus de afstand van F tot AB is $1\frac{1}{2}\pi$.

- b** Teken het lijnstuk DM .

$DM = 6$ (straal cirkel)

$$\text{In } \triangle DEM \text{ geldt } DE^2 + EM^2 = DM^2$$

$$DE^2 + 16 = 36$$

$$DE^2 = 36 - 16 = 20$$

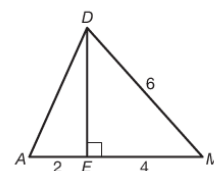
$$DE = \sqrt{20}$$

$$O(\text{groene vlakdelen}) = O(\text{halve cirkel}) - O(ABCD)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6^2 - \frac{1}{2} \cdot (12 + 8) \cdot \sqrt{20}$$

$$= 18\pi - 10\sqrt{20}$$

$$\approx 11,83$$



2 $\angle AMB = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

Stel de straal van de omschreven cirkel is r .

Er geldt $2\pi r = 10\pi$

$$r = 5$$

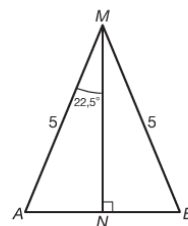
$$\sin(22,5^\circ) = \frac{AN}{5} \text{ geeft } \frac{\sin(22,5^\circ)}{1} \mid \frac{AN}{5}$$

$$AN = 5 \cdot \sin(22,5^\circ)$$

Dus $AB = 10 \sin(22,5^\circ)$ en omtrek achthoek $= 8 \cdot 10 \sin(22,5^\circ) \approx 30,6$.

$$O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin(45^\circ),$$

$$\text{dus } O(\text{achthoek}) = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin(45^\circ) \approx 70,7$$

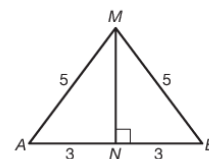


3 $\sin(\angle AMN) = \frac{3}{5}$

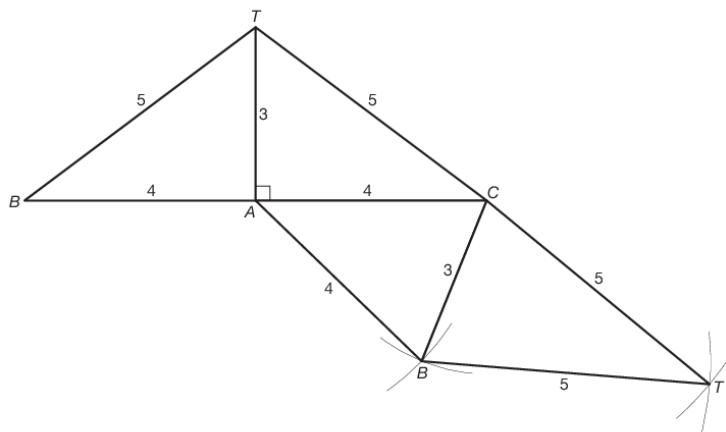
$$\angle AMN \approx 36,9^\circ$$

Dus $\angle AMB \approx 73,7^\circ$.

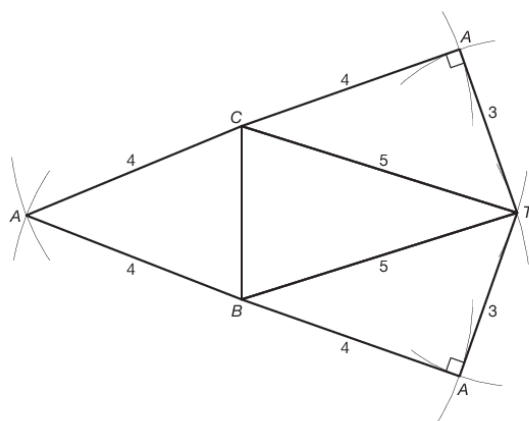
$$O(\text{segment}) \approx \frac{73,7}{360} \cdot \pi \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin(73,7^\circ) \approx 4,09$$



4 a $BT = CT = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$



b



5 $7 - 1 = 6$ meter

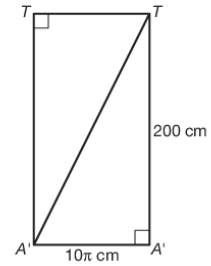
Drie keer per 6 meter, dus één keer per 2 meter, ofwel één keer per 200 cm.

In de schets hiernaast is een uitslag van een deel van de mast gegeven waarbij het touw precies eenmaal om de mast is gewonden.

Er geldt $A'T^2 = (10\pi)^2 + 200^2 = 100\pi^2 + 40\,000$,

dus $A'T = \sqrt{(10\pi)^2 + 200^2} = \sqrt{100\pi^2 + 40\,000}$.

De lengte van het vlaggentouw is $3 \cdot \sqrt{100\pi^2 + 40\,000} \approx 607$ cm.



bladzijde 125

6 a $R = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} \approx 6,3$ cm

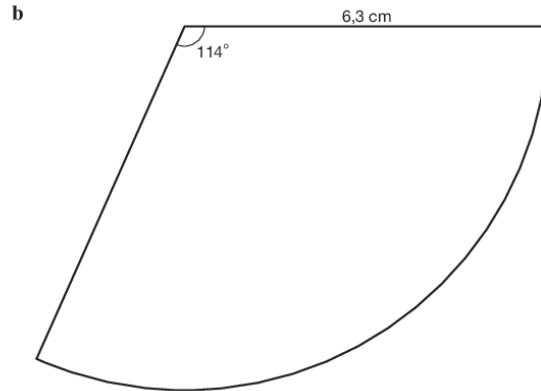
Stel de middelpuntshoek is p° .

Er geldt $\frac{p}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{40} = 2\pi \cdot 2$

$$\frac{p}{360^\circ} = \frac{2}{\sqrt{40}}$$

$$p = \frac{2}{\sqrt{40}} \cdot 360^\circ \approx 113,8$$

Dus de middelpuntshoek van de uitslag is $113,8^\circ$.



7 a $O_{\text{bol}} = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$

$$O_{\text{cilinder}} = 2\pi \cdot 4^2 + 2\pi \cdot 4 \cdot 8 = 32\pi + 64\pi = 96\pi$$

$$O_{\text{cilinder}} - O_{\text{bol}} = 96\pi - 64\pi = 32\pi$$

Dus O_{cilinder} is $\frac{32\pi}{64\pi} \times 100\% = 50\%$ groter dan O_{bol} .

b $O_{\text{bol}} = 4\pi r^2$

$$O_{\text{cilinder}} = 2\pi r^2 + 2\pi \cdot r \cdot 2r = 2\pi r^2 + 4\pi r^2 = 6\pi r^2$$

$$O_{\text{cilinder}} - O_{\text{bol}} = 6\pi r^2 - 4\pi r^2 = 2\pi r^2$$

$$\frac{2\pi r^2}{4\pi r^2} \times 100\% = 50\%$$

Dus het percentage van vraag a hangt niet af van de straal van de bol.

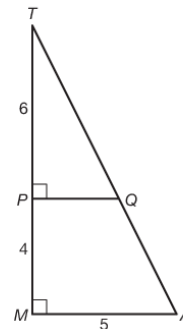
- 8 a** $R = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125}$
 oppervlakte kegel $= \pi \cdot 5 \cdot \sqrt{125} + \pi \cdot 5^2 \approx 254,2$
b $\triangle PQT \sim \triangle MAT$ (snelfiguur),

$$\text{dus } \frac{PQ}{MA} \mid \frac{PT}{MT} \text{ geeft } \frac{PQ}{5} \mid \frac{6}{10}.$$

$$PQ = \frac{30}{10} = 3$$

$$\text{Dus } TQ = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45}.$$

$$\text{oppervlakte mantel afgeknotte kegel} = \pi \cdot 5 \cdot \sqrt{125} - \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{45} \approx 112,4$$



9 $\left. \begin{array}{l} O_{\text{grondbijl}} = 40 \text{ cm}^2 \\ O_{\text{grondbijl}} = \pi r^2 \end{array} \right\} \pi r^2 = 40$
 $r^2 = \frac{40}{\pi}$
 $r \approx 3,57 \text{ cm}$

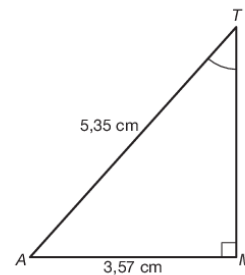
$\left. \begin{array}{l} O_{\text{kegelmantel}} = 60 \text{ cm}^2 \\ O_{\text{kegelmantel}} = \pi r R \approx \pi \cdot 3,57 \cdot R \end{array} \right\} \pi \cdot 3,57 \cdot R \approx 60$
 $R \approx \frac{60}{3,57\pi}$
 $R \approx 5,35 \text{ cm}$

$$\sin(\angle ATM) = \frac{AM}{AT} \approx \frac{3,57}{5,35}$$

$$\angle ATM \approx 41,8^\circ$$

$$\text{Dus tophoek} = 2 \cdot \angle ATM \approx 83,6^\circ.$$

(Als je met de afgeronde tussenuitkomsten doorrekent, krijg je $83,7^\circ$.)



- 10 a** Van de cilinder is $r = 5$ en $h = 10$.

$$I_{\text{cilinder}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 \approx 785$$

- b** Van de bol is $r = 5$.

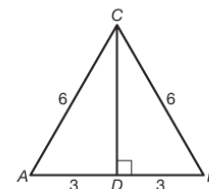
$$I_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 5^3 \approx 524$$

- 11 a** Het grondvlak is driehoek ABC .

$$CD = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{27}$$

$$O(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{27} = 3\sqrt{27}$$

$$I_{\text{piramide}} = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{27} \cdot 10 \approx 51,96$$



- b** Het bovenvlak van de afgeknotte piramide is een gelijkzijdige driehoek

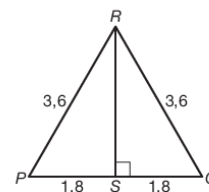
$$\text{met zijden van } \frac{6}{10} \cdot 6 = 3,6.$$

$$RS = \sqrt{3,6^2 - 1,8^2} = \sqrt{9,72}$$

$$O(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \cdot 3,6 \cdot \sqrt{9,72} = 1,8\sqrt{9,72}$$

Dus de inhoud van de afgeknotte piramide is

$$\frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{27} \cdot 10 - \frac{1}{3} \cdot 1,8 \cdot \sqrt{9,72} \cdot 6 \approx 40,74.$$



c In $\triangle ADM$ is $\cos(30^\circ) = \frac{3}{AM}$.

Dit geeft $\frac{\cos(30^\circ)}{1} = \frac{3}{AM}$,

dus $AM = \frac{3}{\cos(30^\circ)} \approx 3,4641$.

Dus $I_{\text{kegel}} \approx \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3,4641^2 \cdot 10 \approx 125,664$.

De inhoud van het deel van de kegel dat buiten de piramide ligt is $125,664 - 51,962 \approx 73,70$.

